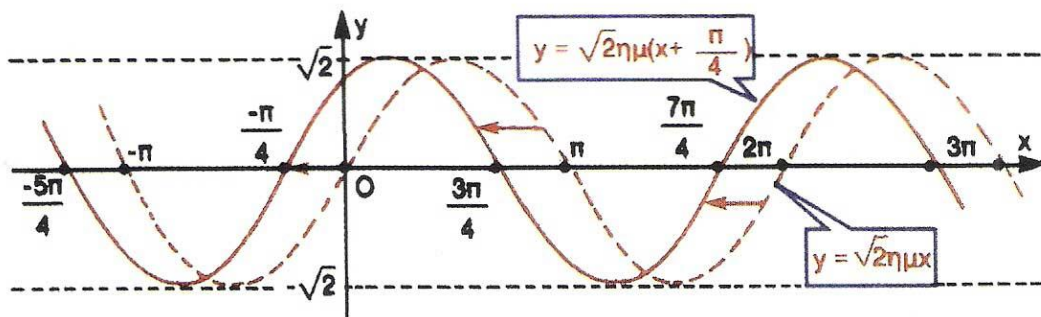


ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ ΚΑΙ ΕΚΔΟΣΕΩΝ «ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ»

# ΑΛΓΕΒΡΑ



Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

Σ. ΑΝΔΡΕΑΔΑΚΗΣ  
Β. ΚΑΤΣΑΡΓΥΡΗΣ  
Σ. ΠΑΠΑΣΤΑΥΡΙΔΗΣ  
Γ. ΠΟΛΥΖΟΣ  
Α. ΣΒΕΡΚΟΣ

ΔΙΑΝΕΜΕΤΑΙ  
ΔΩΡΕΑΝ



# Άλγεβρα

**Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**Τόμος 6ος**  
**1η ΕΚΔΟΣΗ**



## **Συγγραφική ομάδα:**

- **Ανδρεαδάκης Στυλιανός**  
**Καθηγητής Πανεπιστημίου Αθηνών**
- **Κατσαργύρης Βασίλειος**  
**Καθηγητής μαθηματικών Βαρβακείου**  
**Πειραμ. Λυκείου**
- **Παπασταυρίδης Στάυρος**  
**Καθηγητής Πανεπιστημίου Πάτρας**
- **Πολύζος Γεώργιος**  
**Καθηγητής μαθηματικών Β' Λυκείου**  
**Αμαρουσίου**
- **Σβέρκος Ανδρέας**  
**Καθηγητής μαθηματικών Β' Λυκείου**  
**Αγ. Παρασκευής**

**Α' ΕΚΔΟΣΗ: 1991**

**ΕΠΑΝΕΚΔΟΣΕΙΣ ΜΕ ΒΕΛΤΙΩΣΕΙΣ:**

**1992, 1993, 1994, 1995, 1996, 1997,**  
**1998, 2012**

**Η προσαρμογή του βιβλίου στο  
νέο αναλυτικό πρόγραμμα έγινε  
από το Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.**

**ΠΡΟΣΑΡΜΟΓΗ ΤΟΥ ΒΙΒΛΙΟΥ ΓΙΑ  
ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΕΙΩΜΕΝΗ ΟΡΑΣΗ**

**Ομάδα Εργασίας του  
Ινστιτούτου Εκπαιδευτικής  
Πολιτικής**

**ΜΕΤΑΤΡΟΠΗ-ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ**

**Γραμμένος Νικόλαος,  
Εκπαιδευτικός**

# ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ – ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

## 1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

### §1.1

#### Α' Ομάδας

1.  $(3, -1)$  2. i)  $(21, 24)$  ii)  $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{3}\right)$ .

3. i)  $(3, -4)$  ii)  $(5, 2)$ .

4. i) Αδύνατο ii) άπειρες λύσεις της  
μορφής:  $\left(k, \frac{k+2}{2}\right), \quad k \in \mathbb{R}$ .

5. i)  $(3, 1)$  ii)  $(2, -1)$ .

6. i) Μοναδική ii) άπειρες iii)  
αδύνατο.

7. i)  $-(\sqrt{3} + 1)(k + 1), k, \quad k \in \mathbb{R}$

ii) αδύνατο.

8. i)  $(4, 3, -5)$  ii) αδύνατο

iii)  $(10\kappa + 2, -16\kappa + 2, \kappa), \quad \kappa \in \mathbb{R}.$

## B' Ομάδας

1. i)  $\varepsilon_1 : y = -\frac{1}{2}x + 2, \quad \varepsilon_2 : y = x - 1$

ii) 2,1

2. 10 δίκλινα, 16 τρίκλινα

3. 1500 παιδιά, 700 ενήλικες.

4.  $R = \frac{1}{600} \cdot T + \frac{11}{30}.$

5. 40ml, 60ml.

6. i)  $\lambda_1 = -\frac{1}{2}, \quad \lambda_2 = -\frac{1}{2}$

ii) δεν υπάρχουν    iii)  $\alpha \neq \frac{3}{2}.$

7. i) Αν  $\alpha \neq \pm 1$ , οι ευθείες έχουν μοναδικό κοινό σημείο, το

$\left( \frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\alpha + 1}, \frac{-\alpha}{\alpha + 1} \right),$  αν  $\alpha = 1$ , οι ευθείες



ταυτίζονται, αν  $\alpha = -1$ , οι ευθείες είναι παράλληλες.

ii) οι ευθείες έχουν μοναδικό κοινό σημείο για κάθε  $\alpha \in \square$ .

8. i) Αν  $\lambda \neq \pm 3$ , μοναδική λύση, αν  $\lambda = 3$ , αδύνατο, αν  $\lambda = -3$ , αδύνατο,

ii) Αν  $\mu \neq \pm 3$  μοναδική λύση, αν  $\mu = 3$ , άπειρες λύσεις, αν  $\mu = -3$ , αδύνατο.

9. 2 cm, 4 cm, 3 cm.

10.  $x = \tau - \alpha$ ,  $y = \tau - \beta$ ,  $z = \tau - \gamma$ .

11. 22,88 lt, 17,68 lt, 11,44 lt.

12.  $f(x) = x^2 - 4x + 3$ ,

$g(x) = -x^2 + 2x + 3$ ,

$h(x) = 0,5x^2 - 3x + 4$ .

## §1.2

A' Ομάδας

1.  $(-1, 2)$ ,  $(2, -1)$ . 2. i)  $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right)$

$$\text{ii) } \left( \frac{3 + \sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2} \right), \left( -\frac{3\sqrt{2}}{2}, -\frac{3\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\text{iii) } (-1, -2), (1, 2), (-2, -1), (2, 1).$$

## B' Ομάδας

1.  $(4, 3), (-4, 3), (0, -5)$ .

2.  $(1, 0), (3, 0), (2, -1), (4, 3)$ .

3. 12 cm, 10 cm. 4.  $\kappa < 1$ .

## 2ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

### §2.1

## A' Ομάδας

1.  $f \downarrow (-\infty, 1], f \uparrow [1, +\infty), g \uparrow (-\infty, 0],$

$g \downarrow [0, 2], g \uparrow [2, +\infty), h \downarrow (-\infty, -1],$

$h \uparrow [-1, 0], h \downarrow [0, 1], h \uparrow [1, +\infty).$

2.  $f(1) = -1$  ολικό ελάχιστο,

η  $g$  δεν έχει ολικά ακρότατα,  
 $h(-1) = -2$ ,  $h(1) = -2$  ολικό ελάχιστο.

3. i) Αρκεί  $f(x) \geq f(3)$

ii) Αρκεί  $g(x) \leq g(1)$

4. i) Άρτια ii) άρτια iii) τίποτα  
iv) περιττή v) τίποτα vi) περιττή.

5. i) Άρτια ii) τίποτα iii) περιττή  
iv) περιττή v) άρτια vi) άρτια.

6. i) Περιττή ii) άρτια iii) τίποτα.

7. i) Άρτια ii) περιττή iii) τίποτα.

## §2.2

**A' Ομάδας**

4. i)  $f(x) = 2 \cdot (x - 1)^2 + 3$

ii)  $f(x) = -2 \cdot (x - 2)^2 - 1.$

6. i)  $2(x - 2)^2$  ii)  $2(x - 3)^2 - 3$

iii)  $2(x + 2)^2$  iv)  $2(x + 3)^2 - 3$

## 3ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

### §3.1

#### Α' Ομάδας

1.  $x = 3, y = 3\sqrt{2}, \hat{\omega} = 45^{\circ}$ .

2.  $AB = 1, A\Gamma = \sqrt{3}$ .

3. i) 6 rad ii) 3 rad iii) 2 rad.

4. i)  $\frac{\pi}{6}$  rad ii)  $\frac{2\pi}{3}$  rad

iii)  $7\pi$  rad iv)  $-\frac{33\pi}{4}$  rad.

5. i)  $18^{\circ}$  ii)  $150^{\circ}$  iii)  $5460^{\circ}$

iv)  $\frac{18000^{\circ}}{\pi}$ .

6. i)  $\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \sqrt{3}$

ii)  $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}$

iii)  $0, -1, 0$ , δεν ορίζεται

iv) 0,1,0, δεν ορίζεται.

## B' Ομάδας

1. i)  $\approx 478, \approx 733, \approx 1062$  ii)  $\approx 58^\circ$ .

2. iii)  $2 - \sqrt{2}$  v)  $\frac{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}{2}$ .

3.  $12 + 8\sqrt{3}, 12\sqrt{3}$  4.  $\approx 573\text{mm}$ .

## §3.2

## A' Ομάδας

1.  $\sigma\upsilon\nu\chi = -\frac{4}{5}, \epsilon\phi\chi = -\frac{3}{4}, \sigma\phi\chi = -\frac{4}{3}$ .

2.  $\eta\mu\chi = -\frac{\sqrt{5}}{3}, \epsilon\phi\chi = \frac{\sqrt{5}}{2}, \sigma\phi\chi = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ .

3.  $\sigma\phi\chi = -\sqrt{3}, \eta\mu\chi = -\frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu\chi = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

4.  $\epsilon\phi\chi = \frac{\sqrt{5}}{2}, \eta\mu\chi = \frac{\sqrt{5}}{3}, \sigma\upsilon\nu\chi = \frac{2}{3}$ .

5.  $\frac{8\sqrt{5} - 20}{5}$ . 6. i) Όχι, ii) όχι, iii) ναι.

**B' Ομάδας**

1. i)  $\frac{\alpha^2 - 1}{2}$     ii)  $\frac{2\alpha}{\alpha^2 - 1}$     iii)  $\frac{2}{\alpha^2 - 1}$

iv)  $\frac{\alpha(3 - \alpha^2)}{2}$ .

**§3.3**

**A' Ομάδας**

1. i)  $\eta\mu 1200^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 1200^\circ = -\frac{1}{2}$ ,

$\epsilon\phi 1200^\circ = -\sqrt{3}$ ,  $\sigma\phi 1200^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ .

ii)

$$\eta\mu(-2850^\circ) = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu(-2850^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\epsilon\varphi(-2850^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}, \sigma\varphi(-2850^\circ) = \sqrt{3}.$$

$$2. \text{ i) } \eta\mu\frac{187\pi}{6} = -\frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu\frac{187\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\epsilon\varphi\frac{187\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \sigma\varphi\frac{187\pi}{6} = \sqrt{3}.$$

$$\text{ii) } \eta\mu\frac{21\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \sigma\upsilon\nu\frac{21\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\epsilon\varphi\frac{21\pi}{4} = \sigma\varphi\frac{21\pi}{4} = 1.$$

$$3. \hat{A} + (\hat{B} + \hat{\Gamma}) = 180^\circ,$$

$$\frac{\hat{A}}{2} + \left( \frac{\hat{B} + \hat{\Gamma}}{2} \right) = 90^\circ.$$

4.  $\sigma\varphi\alpha.$       6. 1.

## **B' Ομάδας**

**1. 0.      3. 23.**

**§3.4**

## **A' Ομάδας**

**5. Μέγιστο το 2 και ελάχιστο το -2.**

**Η περίοδος ισούται με 4π.**

**6. Μέγιστο το 2 και ελάχιστο το -2. Η περίοδος ισούται με 4π.**

## **B' Ομάδας**

**1. i)  $y = \eta\mu x$ ,  $y = \eta\mu \frac{x}{2}$ ,  $y = \eta\mu 3x$**

**ii)  $y = \eta\mu x$ ,  $y = 3\eta\mu x$ ,  $y = 0,5\eta\mu x$ ,  
 $y = -2,5\eta\mu x$ .**

**2. Υψηλότερη 3m, χαμηλότερη -3m, διαφορά 6m.**

**3. i)  $\frac{2}{3}m$  ii)  $\frac{2\pi}{3}$**



4. i) 0,1.

### §3.5

## A' Ομάδας

1. i)  $x = \lambda\pi, \quad \lambda \in \mathbb{Z}$

ii)  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \acute{\eta}$

$$x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

iii)  $x = \lambda\pi + \frac{\pi}{2}, \quad \lambda \in \mathbb{Z}$

iv)  $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}.$

2.

i)  $x = 2k\pi - \frac{\pi}{6} \quad \acute{\eta} \quad x = 2k\pi + \frac{7\pi}{6},$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = 2k\pi \pm \frac{3\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iv) } x = 2k\pi + \pi, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$3. \text{ i) } x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = k\pi + \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iv) } x = k\pi + \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

$$4. \text{ i) } x = k\pi - \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = k\pi - \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

5.

$$\text{i) } x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \acute{\eta} \quad x = 2k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\acute{\eta} \quad x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = 2k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \acute{\eta} \quad x = 2k\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$\acute{\eta} \quad x = 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

6.

$$\text{i) } x = k\pi - \frac{\pi}{3} \quad \acute{\eta} \quad x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \quad \acute{\eta} \quad x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$\acute{\eta} \quad x = k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

7.

$$\text{i) } x = 2k\pi + \frac{2\pi}{5} \quad \acute{\eta} \quad x = 2k\pi + \frac{3\pi}{5},$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = 2k\pi \pm \frac{4\pi}{5}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = k\pi + \frac{22\pi}{45}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

8.

$$\text{i) } x = \frac{6k\pi + \pi}{9} \quad \acute{\eta} \quad x = \frac{6k\pi + 2\pi}{9},$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = 10k\pi + 5\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = \frac{42k\pi + 7\pi}{12}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$9. \text{ i) } x = 2k\pi - \frac{5\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = \frac{24k\pi + 7\pi}{36} \quad \acute{\eta} \quad x = \frac{24k\pi - \pi}{36},$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = \frac{-12k\pi - \pi}{60}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

10.

$$\text{i)} \omega = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \quad \acute{\eta} \quad \omega = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\acute{\eta} \quad \omega = 2k\pi - \frac{5\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii)} \quad x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii)} \quad t = k\pi - \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

11.

$$\text{i)} x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad \acute{\eta} \quad x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

ii) Αδύνατη.

12. i) Μέγιστο για  $x=\pi$  το 3 και ελάχιστο για  $x=0$  το  $-3$ .

ii) Μέγιστο για  $x = \frac{\pi}{2}$ , το  $g\left(\frac{\pi}{2}\right) = 7$

και ελάχιστο για  $x = \frac{3\pi}{2}$ , το

$$g\left(\frac{3\pi}{2}\right) = -7.$$

13. i) Ιανουάριος – Μάιος

ii) Μάρτιος.

**B' Ομάδας**

1. i)  $x = k\pi - \frac{\pi}{8}, \quad k \in \mathbb{Z}$

ii)  $x = \frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{30}, \quad k \in \mathbb{Z}$

2. i)  $x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$

$$\text{ii) } x = k\pi - \frac{\pi}{4} \quad \text{ή} \quad x = k\pi + \frac{2\pi}{5},$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$3. \frac{13\pi}{4}.$$

$$4. \frac{\pi}{2}, \quad \pi.$$

$$5. \frac{\pi}{12}, \quad \frac{7\pi}{2}, \quad \frac{13\pi}{12}, \quad \frac{19\pi}{12}$$

### §3.6

#### Α' Ομάδας

$$1. \text{ i) } \frac{1}{2} \quad \text{ii) } -\frac{1}{2}$$

$$\text{iii) } 1 \quad \text{iv) } 0$$

$$2. \text{ i) } \text{συν}x \quad \text{ii) } \frac{\sqrt{2}}{2}$$

4. i) 1    ii) 1    iii)  $\sqrt{3}$     iv) 0

5. i)  $\eta\mu 3x$     ii)  $\frac{1}{2}$     iii)  $-\epsilon\varphi x$     iv)  $-\sigma\varphi x$

7.

$$\eta\mu 105^\circ = \frac{\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{4},$$

$$\sigma\upsilon\nu 105^\circ = \frac{\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})}{4},$$

$$\epsilon\varphi 105^\circ = -2 - \sqrt{3}, \quad \sigma\varphi 105^\circ = -2 + \sqrt{3},$$

$$\eta\mu 195^\circ = \frac{\sqrt{2}(1 - \sqrt{3})}{4},$$

$$\sigma\upsilon\nu 195^\circ = \frac{-\sqrt{2}(1 + \sqrt{3})}{4},$$

$$\epsilon\varphi 195^\circ = 2 - \sqrt{3}, \quad \sigma\varphi 195^\circ = 2 + \sqrt{3}.$$

$$10. \text{ i) } \eta\mu(\alpha + \beta) = \frac{33}{65},$$

$$\sigma\upsilon\nu(\alpha + \beta) = \frac{-56}{65}, \quad \epsilon\varphi(\alpha + \beta) = \frac{-33}{56},$$

$$\sigma\varphi(\alpha + \beta) = \frac{-56}{33}.$$



$$11. \text{ i) } x = k\pi + \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

### **B' Ομάδας**

1. Είναι  $\frac{\eta\mu(\alpha - \beta)}{\sigmaυνασυν\beta} = \epsilon\phi\alpha - \epsilon\phi\beta$  κτλ.

2.  $\eta\mu(\alpha + 2\beta) = \eta\mu((\alpha + \beta) + \beta) = \dots$

3.  $x = \frac{\pi}{4}$  ή  $x = \frac{5\pi}{4}$ .

4. Είναι  $\beta = \frac{\pi}{4} - \alpha$ , οπότε

$$\epsilon\phi\beta = \epsilon\phi\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \dots$$

8.  $x = \frac{\pi}{6}$  ή  $x = \frac{2\pi}{3}$ .

### §3.7

#### A' Ομάδας

1. i)  $-1$  ii)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  iii)  $0$  iv)  $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. i)  $\eta\mu 4\alpha$  ii)  $\eta\mu 2\alpha$  iii)  $\epsilon\phi 6\alpha$

4. i)  $\eta\mu 2\alpha = \frac{24}{25}$ ,  $\sigma\upsilon\nu 2\alpha = \frac{7}{25}$ ,

$\epsilon\phi 2\alpha = \frac{24}{7}$ ,  $\sigma\phi 2\alpha = \frac{7}{24}$ .

5.  $\epsilon\phi(\alpha + 2\beta) = \frac{16}{13}$

7. i)

$x = 2k\pi$  ή  $x = 2k\pi + \pi$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

ii)  $x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$  ή  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$ ,

8.

$\eta\mu \frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2}$ ,

$$\sigma_{\text{UV}} \frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{2},$$

$$\varepsilon_{\varphi} \frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}},$$

$$\sigma_{\varphi} \frac{\pi}{16} = \frac{\sqrt{2 + \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}{\sqrt{2 - \sqrt{2 + \sqrt{2}}}}.$$

$$9. \text{ i) } \eta_{\mu} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{4}{13}}, \quad \sigma_{\text{UV}} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{9}{13}},$$

$$\varepsilon_{\varphi} \frac{\alpha}{2} = \frac{2}{3}, \quad \sigma_{\varphi} \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{ii) } \eta_{\mu} \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{1}{5}}, \quad \sigma_{\text{UV}} \frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{4}{5}},$$

$$\varepsilon_{\varphi} \frac{\alpha}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \sigma_{\varphi} \frac{\alpha}{2} = -2.$$

10.

$$\text{i) } x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad \text{ή}$$

$$x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iv) } x = 2k\pi + \pi, \quad k \in \mathbb{Z}$$

## Β' Ομάδας

$$3. \text{ Είναι } \frac{\pi}{8} + \frac{3\pi}{8} = \frac{\pi}{2}, \text{ οπότε}$$

$$\text{συν} \frac{3\pi}{8} = \eta\mu \frac{\pi}{8} \dots$$

$$\text{i) } x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{2} \quad \acute{\eta} \quad x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\acute{\eta} \quad x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6},$$

$$\text{ii) } x = k\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\acute{\eta} \quad x = k\pi - \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

### §3.8

#### A' Ομάδας

$$1. \text{ i) } \frac{1}{4}, \quad \text{ii) } \frac{\sqrt{3} + 2}{4}$$

$$\text{iii) } -\frac{1}{4} \quad \text{iv) } \frac{1}{4}$$

$$2. \text{ i) } \eta\mu 3x - \eta\mu x$$

$$\text{ii) } \sigma\upsilon\nu 2x - \sigma\upsilon\nu 6x$$

$$\text{iii) } \sigma\upsilon\nu 2x + \sigma\upsilon\nu 8x$$

$$\text{iv) } \frac{1}{2}(\eta\mu 8x - \eta\mu 4x)$$

$$\text{v) } \frac{1}{2}\sigma\upsilon\nu 2x$$

3. i)

$$x = \frac{\kappa\pi}{3} \quad \acute{\eta} \quad x = \frac{2\kappa\pi + \pi}{10}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = \frac{2\kappa\pi + \pi}{8}$$

$$\acute{\eta} \quad x = \frac{2\kappa\pi - \pi}{2}, \quad \kappa \in \mathbb{Z}$$

$$4. \text{ i) } \frac{\sqrt{6}}{2} \quad \text{ii) } -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{iii) } 0.$$

5.

$$\text{i) } 2\eta\mu 3x \sigma\upsilon\nu x \quad \text{ii) } -2\eta\mu 4x \eta\mu x$$

$$\text{iii) } 2\sigma\upsilon\nu 2x \cdot 2\sigma\upsilon\nu x$$

$$\text{iv) } 2\eta\mu^2 \left( \frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$$

$$\text{v) } 2\sigma\upsilon\nu^2 \frac{x}{2}.$$

8.

$$\text{i) } x = k\pi \pm \frac{\pi}{4} \quad \text{ή} \quad x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\text{ή} \quad x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ii) } x = k\pi - \frac{\pi}{12} \quad \text{ή} \quad x = k\pi + \frac{7\pi}{12}$$

$$\text{ή} \quad x = \frac{k\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{iii) } x = \frac{k\pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = \frac{6k\pi + 2\pi}{9}$$

$$\text{ή} \quad x = \frac{6k\pi - 2\pi}{9}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

## **B' Ομάδας**

- 1. Μετασχηματίζουμε τα γινόμενα σε αθροίσματα.**
- 4. Μετασχηματίζουμε τα αθροίσματα σε γινόμενα.**
- 5. Είναι  $A + B + \Gamma = \pi$  οπότε....**

## §3.9

### A' Ομάδας

1. i)  $2\pi$ ,  $2$ ,  $-2$  ii)  $2\pi$ ,  $1$ ,  $-1$ .

2. i)  $f(x) = 2\eta\mu\left(x + \frac{11\pi}{6}\right)$

ii)  $f(x) = \sqrt{2}\eta\mu\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$

iii)  $f(x) = 2\eta\mu\left(x + \frac{4\pi}{3}\right)$

iv)  $f(x) = \sqrt{2}\eta\mu\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

4. i)  $x = 2\kappa\pi - \frac{4\pi}{3}$ ,  $\kappa \in \mathbb{Z}$

ii)

$x = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{2}$  ή  $x = 2\kappa\pi$ ,  $\kappa \in \mathbb{Z}$



$$\text{iii) } x = 2k\pi - \frac{7\pi}{12}$$

$$\text{ή } x = 2k\pi + \frac{11\pi}{12}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

**B' Ομάδας**

$$1. \omega = \frac{\pi}{12} \quad \text{ή} \quad \omega = \frac{5\pi}{12}$$

$$2. \text{ i) } (OA) + (OB) = 2\sqrt{2}\eta\mu\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{ii) } \theta = \frac{\pi}{4}, \text{ μέγιστη τιμή του}$$

$$(OA) + (OB) = 2\sqrt{2}.$$

$$3. \text{ i) } 16, \quad -10 \quad \text{ii) } 2\sqrt{2} + 2, \quad -2\sqrt{2} + 2.$$

4.

$$x = k\pi + \frac{\pi}{24}$$

$$\text{ή } x = k\pi + \frac{7\pi}{24}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

5. ii)  $\theta = \frac{\pi}{4}$ , ελάχιστη τιμή του

$$h = 40(\sqrt{2} - 1)$$

6. ii)  $\theta = \frac{\pi}{8}$ , μέγιστη τιμή του

$$P = 1 + \sqrt{2}$$

**§3.10**

## A' Ομάδας

1.  $AB \approx 284$  m

2.  $B\Delta \approx 1,58$  m

5.  $\theta \approx 115^{\circ}$

6.  $AB \approx 51,2$  m

7.  $\theta \approx 60,25^{\circ}$

## B' Ομάδας

1.-5. Εφαρμόζουμε το νόμο των ημιτόνων.

6.-7. Εφαρμόζουμε το νόμο των συνημιτόνων.

8.-10. Εφαρμόζουμε τον τύπο

$$E = \frac{1}{2} \beta \gamma \mu A$$

11.  $\hat{A}\hat{O}\hat{B} = 30^\circ$ .

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

3. Αρκεί να δείξετε ότι  $(MK)=2$

4. i)  $x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$

ii)  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$

ή  $x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$

6.  $\frac{13\pi}{3}$

7. i)  $(10 + 2\sqrt{2})m, \quad 14m, \quad (10 - 2\sqrt{2})m$

$$\text{ii) } 10 + 4\eta\mu\left(\frac{\pi(t+1)}{4}\right)$$

$$9. \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}, \quad \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad -\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

12.

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$\acute{\eta} \quad x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$13. \text{ ii) } S = 200\sqrt{2}\eta\mu\left(2\theta + \frac{\pi}{4}\right) + 200$$

$$\text{iii) } \theta = \frac{\pi}{8}, \quad S_{\max} = 200(\sqrt{2} + 1)$$

$$15. B = 60^\circ, \quad \Gamma = 45^\circ$$

## 4ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

### §4.1

### A' Ομάδας

1. i) Ναι    ii) Ναι    iii) Όχι    iv) Όχι

2. Πράξεις

3.  $\mu = \frac{1}{2}$

4.  $\alpha = 1$

5. i)  $-1$  ρίζα    ii)  $-1, 1$  ρίζες

6.  $k=6$

7.  $\alpha=1$  ή  $\alpha=2$

## B' Ομάδας

1.  $\alpha=3, \beta = -10, \gamma=5$

2.  $\alpha = -2, \beta = -19$

3.  $\lambda = -3, \mu = -5$

4. Εξετάζουμε τις περιπτώσεις

i)  $\lambda \neq 0, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$     ii)  $\lambda=0,$

iii)  $\lambda = \frac{2}{3}$     iv)  $\lambda = -\frac{2}{3}$

5.  $P(x) = x^2 - 5x + 1.$

## §4.2

### A' Ομάδας

1. i)  $\pi(x) = 3x^2 - 3x - 8, u(x)=44$

ii)  $\pi(x) = x^3 + 3x^2 + 9x + 27, u(x)=0$

iii)  $\pi(x) = 4x^3 - \frac{16}{6}, u(x) = -\frac{5}{3}$

iv)  $\pi(x) = 2x^2 + 1, u(x)=x+1$

v)  $\pi(x) = x + 3, u(x) = 6x^2 - 8x + 3$

vi)  $\pi(x) = x^2, u(x) = x^2 + 7$

2.  $u=14$

3.  $k=1$  ή  $k=-4$

4. i)  $\pi(x) = -x^2 + 10x - 25, u = 0$

ii)  $\pi(x) = x^2 - 8x + 64, u = 0$

iii)

$\pi(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1, u = 2$

iv)  $\pi(x) = -3x^3 - 6x^2 - 12x - 24,$   
 $u = -48$

v)  $\pi(x) = 4x^2 + 14x - 30, \quad u = 0$

5.  $P(-11) = 4840$

6. Εργαζόμαστε με σχήμα Horner.

7. Αν  $P(x) = x^V - y^V$  αποδείξτε ότι  
 $P(-y) = 0$

8. Παρατηρούμε ότι  $P(\rho) > 0$  ενώ  
 $Q(\rho) < 0$ .

9. Για  $P(x) = x^V + 1$  είναι  $P(-1) = 0$ .

10. Θεωρούμε το διαιρετέο και το  
διαιρέτη ως πολυώνυμα του  $x$ .

**B' Ομάδας**

1. Γράφουμε  $x^\mu - \alpha^\mu = x^{\rho\nu} - \alpha^{\rho\nu}$   
κτλ.

2. i) Γράφουμε  $P(x) = (\alpha x + \beta)\pi(x) + u$

ii)  $\beta = 0$  ή  $\alpha = \beta$  ή  $\alpha = -\beta$

2. Σχήμα Horner διαδοχικά με  $x - 1$  και  $x - 2$

3. Είναι  $P(0) = 0$ ,  $P(-1) = 0$ ,

$$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

4.  $\alpha = v$ ,  $\beta = -1 - v$

### §4.3

#### A' Ομάδας

1. i)  $0, \sqrt{\frac{6}{5}}, -\sqrt{\frac{6}{5}}$     ii)  $-2, 3, -3$

iii)  $0, 1, -1, -\frac{5}{3}$     iv)  $2, -2$     v)  $1$

vi)  $1, 2, -3$     vii)  $-2$

viii)  $-\frac{2}{3}, 1, -\frac{13}{22}$

ix)  $-2, 9 + 4\sqrt{5}, 9 - 4\sqrt{5}$

x)  $\sqrt{2}, -\sqrt{2}, 1, 2$

2. i)  $2$     ii)  $1, -4$     iii)  $-2$     iv)  $-1$



3. i) Οι  $\pm 1, \pm 2$  δεν είναι ρίζες  
 ii) Οι  $\pm 1, \pm 5$  δεν είναι ρίζες.
6. i)  $x > -2$     ii)  $x = 1$     iii)  $x < -2$   
 iv)  $x \leq -1$     ή     $x \geq 2$
7. i)  $(2,0)$     ii)  $(1,0), (-\frac{1}{2},0)$
8.  $2 - \sqrt{5} < x < 0$     ή     $1 < x < 2 + \sqrt{5}$
9. i)  $2, -2$     ii)  $2, 3$     iii)  $-\frac{3}{5}, 2$

## B' Ομάδας

1. i)  $1, -2, -4$     ii)  $3, 2, -15$
2.  $-1, 2, -2, -3$
3.  $-3, 1, -7, -11$
4. Οι διαιρέτες του 2 για  $\lambda \in \mathbb{Z}$  δεν επαληθεύουν την εξίσωση.
5.  $1, -1, -\sqrt{2 + 3\sqrt{2}}, \sqrt{2 + 3\sqrt{2}}$
6.  $3, 7, 1$
7.  $t \simeq 4,6, c \simeq 0,45$

8.  $x=3$  m

9.  $v=20$  ημέρες

10.  $t=3$  sec

11.  $y + 4x \leq 108$  και  $x^2y = 11664$ ,

$x=18$  cm,  $y=36$  cm

12. i)  $y = 5x - 3$

iii)  $x_1 = 1$  διπλή,  $x_2 = -3$   
και  $\Gamma(-3, -18)$

#### §4.4

### A' Ομάδας

1. i)  $x = -3$  ii)  $-\sqrt{2}, \sqrt{2}$

2.

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\acute{\eta} \quad x = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

3. i) 0, 16 ii) 6 iii) αδύνατη

- iv) 69, -59   v) -1, 2   vi) 36   vii) 4,  
16   viii) 0, 4
6.  $x \leq -1$  ή  $x > 0$

## B' Ομάδας

1. i)  $-\frac{3}{2} \leq x < -\frac{2}{5}$

ii) περιπτώσεις  $x - 5 < 0$ ,  $x - 5 \geq 0$

2. i) 4   ii) 8

3. i) -3, 2   ii) 5

4. i) περιπτώσεις  $\alpha < 0$ ,  $\alpha \geq 0$

ii) περιπτώσεις  $x < \frac{\lambda}{2}$ ,  $x \geq \frac{\lambda}{2}$

5.

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \quad \text{ή} \quad x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\text{ή} \quad x = (2k + 1)\pi - \frac{\pi}{6}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να θεωρήσετε τη διαφορά

$$P(x) - (x^2 + x + 1) = x^{3\nu} - 1 + x^{3\mu+1} - x + x$$

2. i) Γράψτε

$$f(x) = \nu x^\nu (x - 1) - (x^\nu - 1) = \dots = (x - 1)P(x)$$

και  $P(x) = (x - 1)\pi(x)$

ii) Γράψτε  $g(x) = (x - 1)P(x)$  και

$$P(x) = (x - 1)Q(x) \text{ και}$$

$$Q(x) = (x - 1)\pi(x).$$

3. Να διαιρέσετε με  $x^2$  και μετά να

$$\text{θέσετε } x + \frac{1}{x} = y.$$

4. Να διαιρέσετε με  $x^2$  και να θέσετε στην

$$\text{i) } x - \frac{2}{x} = y,$$

$$\text{ii) } x - \frac{1}{x} = y.$$

5. Να θέσετε  $x^2 + 2x - 1 = y$  οπότε

$$x^2 + 2x + 3 = y + 4.$$

7. Στην ταυτότητα της διαίρεσης να θέσετε  $x = \sqrt{2}$ .

8. i) Με σχήμα Horner βρίσκουμε ότι  $P(11)=10$ .

ii) Γράψτε το

$$P(x) = x^{17} - 1 - 12x \cdot \frac{x^{16} - 1}{x + 1} \text{ κ.τ.λ.}$$

9. i)  $x=1$  εκατομ. χρόνια ii) αρχίζει σε 3 εκατομ. χρόνια και διαρκεί 3 εκατομ. χρόνια.

## 5ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ

### §5.1

### Α' Ομάδας

2. i)  $x=6$  ii)  $x=3$  iii)  $x = -2$  iv)  $x=4$

$$\text{v) } x = -3 \quad \text{vi) } x = \frac{1}{5} \quad \text{vii) } x = \frac{4}{9}$$

$$\text{viii) } x=2 \quad \text{ή} \quad x = -1$$

$$3. \text{ i) } x=1 \quad \text{ii) } x = -1 \quad \text{ή} \quad x=1 \quad \text{iii) } x=2$$

$$4. \text{ i) } 2 < x < 3 \quad \text{ii) } x > 5 \quad \text{iii) } x < 5$$

$$5. \text{ i) } x=0 \text{ και } y=0 \quad \text{ii) } x=2 \text{ και } y=1$$

## B' Ομάδας

$$1. \text{ i) } \frac{1}{2} < \alpha < 1 \quad \text{ii) } 1 < \alpha < 2$$

$$\text{iii) } \frac{1}{2} < \alpha < 2 \text{ με } \alpha \neq 1$$

$$2. \text{ i) } x=0 \quad \text{ή} \quad x = 2, \quad \text{ii) } x = 1,$$

$$\text{iii) } x = -1, \quad \text{iv) } x = \frac{3}{2}, \quad \text{v) } x = \frac{3}{2}$$

$$3. \text{ i) } (x=1 \text{ και } y=1) \quad \text{ή} \quad (x=3 \text{ και } y=2)$$

$$\text{ii) } x=1 \text{ και } y=3$$

$$6. \text{ i) } Q(t) = 5 \cdot (0,8)^t \quad \text{iii) } 0,0000132$$

$$7. \text{ ii) } 3,86 \text{ gr} \quad \text{iii) } 0,001$$

$$8. \text{ i) } T(t) = 40 \cdot (0,85)^t, \quad 0 \leq t \leq 6$$

ii) 15085 ευρώ

9. i) 1, 0,606, 0,368, 0,223,  
0,135, 0,082

ii) α)  $x=0$  β)  $x=5$

10. i) 1, 0,135, 0,018, 0,002

ii) α)  $t=1$  β)  $t=0$

11. ii) α)  $t = k \cdot RC$ , όπου  $k = 1,2,3,\dots$

β)  $t = k \cdot RC$ , όπου  $k = 3,4,5,\dots$

## §5.2

### A' Ομάδας

1. i)  $-3$  ii)  $-\frac{1}{2}$  iii)  $-5$  iv)  $\frac{1}{4}$  v) 8

vi)  $-3$

2. i) 1000 ii)  $\frac{1}{2}$  iii)  $\sqrt[3]{2}$

3. i) 2 ii) 4 iii)  $\sqrt[3]{10}$

5. 6<sup>h</sup> . 46<sup>min</sup>

6. i)  $-0,000126$  ii) 89308 Pascals

7. i)  $m=5$  ii) 100 φορές

8. i)  $-0,16$

ii)  $55070$  μονάδες

B' Ομάδας

1. i)  $\frac{4}{3}$

ii)  $2$

7. Είναι  $\log_{\alpha} \beta = \frac{\log \beta}{\log \alpha}$  κτλ.

8. Να χρησιμοποιήσετε τον τύπο αλλαγής βάσης με νέα βάση το  $10$ .

§5.3

A' Ομάδας

3. i)  $f(x) = 2^x$  και  $g(x) = \log_{4\sqrt{2}} x$

ii)  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , ενώ η  $g$  δεν ορίζεται



iii)  $g(x) = \log_{\sqrt[4]{2}} x$ , ενώ η f δεν

ορίζεται

iv) Δεν ορίζονται οι f,g.

4.

x	50	100	200	400	800	1600
y	18	21	24	27	30	33

---

5. i)  $x = \sqrt{3}$  ii)  $x = 2$

iii)  $x = 1$  ή  $x = 100$  iv)  $x = 1$

5. i)  $x = \log 2$  ii)  $x \cong 4,4190$

8. Όξινο αν  $pH < 7$  και βασικό αν  $pH > 7$

B' Ομάδας

3.  $x=4$

5. i)  $x=1$  ή  $x=10000$

ii)  $x = e^{\pm 1}$  ή  $x = e^{\pm 2}$

6.  $x=10$

7. i) ( $x=2$  και  $y=8$ ) ή ( $x=8$  και  $y=2$ )

ii)  $x=2$  και  $y=4$     iii)  $x = \frac{1}{2}$  και  $y=1$

8. i)  $1 < x < 100$

ii)  $2 < x < 4$

iii)  $0 < x < 0,1$  ή  $x > 10$

## ΓΕΝΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. i)  $x=0$  ή  $x=3$  ή  $x = \frac{5}{3}$  ή  $x=1$

ii)  $x=0$  ή  $x=1$  ή  $x = -3$  ή  $x = -1$

5.  $x=0,1$  ή  $x=5$

6.  $x = \frac{\pi}{4}$

7.  $x = \frac{\pi}{4}$

8.  $x > 0$

## ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ (Δ' ΟΜΑΔΑΣ)

1.

$$x = k\pi + \frac{\pi}{12} \quad \text{ή} \quad x = k\pi + \frac{\pi}{4}, \quad k \in \mathbb{Z}$$

2. ii)  $x = 2k\pi + \frac{\pi}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}$

3.

$$x = -1 \quad \text{ή} \quad x = 2 - \sqrt{3} \quad \text{ή} \quad x = 2 + \sqrt{3}$$

.

$$\text{Άρα } \varepsilon\varphi \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$$

5. i1)  $x = \frac{1}{2}$

i2)  $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, -2 - \sqrt{3}, -2 + \sqrt{3}.$

ii) Παρατηρήστε ότι το  $\sqrt{2}$  είναι ρίζα της  $x^2 - 2 = 0$  και ότι αυτή δεν έχει ρητές ρίζες.

6.  $x=2$

7.  $x=1$

8.  $\alpha < 0$  ή  $\alpha = 12$       9.  $x = \frac{\pi}{4}$

10.  $2,4094 < x \leq 3,8188$

11. i)  $x \in (0, 1]$       ii)  $x \in [1, +\infty)$

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ 6ου ΤΟΜΟΥ

<b>ΥΠΟΔΕΙΞΕΙΣ-ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΩΝ.....</b>	<b>5</b>
--	----------

**Βάσει του ν. 3966/2011 τα διδακτικά βιβλία του Δημοτικού, του Γυμνασίου, του Λυκείου, των ΕΠΑ.Λ. και των ΕΠΑ.Σ. τυπώνονται από το ΙΤΥΕ - ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ και διανέμονται δωρεάν στα Δημόσια Σχολεία. Τα βιβλία μπορεί να διατίθενται προς πώληση, όταν φέρουν στη δεξιά κάτω γωνία του εμπροσθόφυλλου ένδειξη «Διατίθεται με τιμή πώλησης». Κάθε αντίτυπο που διατίθεται προς πώληση και δεν φέρει την παραπάνω ένδειξη θεωρείται κλεψίτυπο και ο παραβάτης διώκεται σύμφωνα με τις διατάξεις του άρθρου 7 του Νόμου 1129 της 15/21 Μαρτίου 1946 (ΦΕΚ 1946, 108, Α').**

**Απαγορεύεται η αναπαραγωγή  
οποιοδήποτε τμήματος αυτού του  
βιβλίου, που καλύπτεται από δικαι-  
ώματα (copyright), ή η χρήση του  
σε οποιαδήποτε μορφή, χωρίς τη  
γραπτή άδεια του Υπουργείου  
Παιδείας, Διά Βίου Μάθησης και  
Θρησκευμάτων/ ΙΤΥΕ -ΔΙΟΦΑΝΤΟΣ.**